Sistemas de Tempo Real:

Multiprocessadores: Categorias

Rômulo Silva de Oliveira
Departamento de Automação e Sistemas – DAS – UFSC

romulo.deoliveira@ufsc.br
http://www.das.ufsc.br/~romulo

Referências

- ***A Categorization of Real-time Multiprocessor Scheduling Problems and Algorithms***
  - John Carpenter, Shelby Funk, Philip Holman, Anand Srinivasan, James Anderson, and Sanjoy Baruah
  - Handbook of Scheduling: Algorithms, Models, and Performance Analysis, Chapman & Hall/CRC Press (2003)

Introdução

- ***Sistemas multiprocessadores são agora comuns***
  - Difícil comprar um desktop com apenas um processador
  - Sistemas de tempo real não são diferentes
- ***Arquiteturas multiprocessadoras variam bastante***
- ***Quando não existe acesso comum à memória física (acoplamento fraco)***
  Sistemas Distribuídos
- ***Quando existe acesso comum à memória física (acoplamento forte)***
  Sistemas Multiprocessadores
- ***Máquinas multiprocessadoras variam muito***
  - Soluções single-chip, com poucos processadores
  - Soluções com dezenas, centenas, milhares de processadores
    - Processamento de sinais, como os synthetic-aperture radar systems

Introdução

- ***Escalomento tempo real foi muito estudado no passado para sistemas com um único processador***
- ***Entretanto, pesquisadores estão apenas começando a entender os aspectos fundamentais do escalonamento tempo real em multiprocessadores***
- ***O que acontece quando são vários processadores e não apenas um ?***
  - Muda tudo !

Terminologia

- ***Um conjunto de tarefas τ é escalonável por um algoritmo A***
  Se A garantir os requisitos temporais de todas as tarefas em τ
- ***τ é dito viável com uma classe C de algoritmos de escalonamento***
  Se τ for escalonável por algum algoritmo A $\in$ C.
- ***Um algoritmo A é dito ser ótimo com respeito a classe C***
  Se A $\in$ C
  e
  A escalona corretamente todos os conjuntos de tarefas que foram viáveis com a classe C

Escalonamento Global versus Particionado

- ***As duas principais abordagens para escalonar tarefas periódicas em multiprocessadores são:***

  Escalonamento Particionado

  Escalonamento Global

Escalonamento Global

- ***No escalonamento global todas as tarefas aptas são mantidas em uma única fila ordenada pela prioridade***
- ***O escalonador global seleciona para execução as tarefas com prioridade mais alta desta fila (conforme número de processadores)***
- ***Infelizmente, no escalonamento global, usar algoritmos de escalonamento que são ótimos para monoprocessador***
  - Tais como rate-monotonic (RM) e earliest-deadline-first (EDF)
- ***Pode resultar em utilizações baixíssimas do multiprocessador***

Escalonamento Particionado

- ***No particionamento, cada tarefa é alocada a um único processador***
  - No qual todos os seus jobs irão executar
- ***Processadores são escalonados de forma independente***
- ***Principal vantagem:***
  - Reduzir o problema de escalonar um multiprocessador ao problema de escalonar um conjunto de monoprocessadores
- ***Principais desvantagens:***
- ***Achar uma alocação ótima das tarefas aos processadores é um problema do tipo "bin-packing", o qual é NP-hard no sentido forte***
  - Tarefas são usualmente particionadas com heurísticas sub-ótimas
- ***Existem conjuntos de tarefas que são escalonáveis se e somente se as tarefas não forem particionadas***
- ***Entretanto, particionamento é muito usado na prática (determinismo)***

Migração de Tarefas e Jobs

- ***A migração de tarefas entre processadores não é usual***
  - Migrar: transferir o contexto de um processador para outro
- ***Em muitos sistemas o custo associado com a migração é proibitivo***
  - Sistemas fracamente acoplados
- ***Desenvolvimentos em arquitetura de computadores diminuiram este custo***
  - Multiprocessadores single-chip
  - Redes de interconexão muito rápidas
- ***Para sistemas de tempo real a teoria somente agora começa a permitir a análise de escalonabilidade de sistemas que permitem migração***
- ***Resultado: particionamento tem sido a abordagem preferida na prática***
  - Porém resultados recentes mostram que algoritmos de escalonamento que permitem migração são competitivos em termos de escalonabilidade apesar dos overheads

Classificação conforme a migração

- ***As soluções podem ser classificadas conforme o grau de migração permitido***
- ***(1mn) nenhuma migração é permitida***
  - particionamento de tarefas
- ***(2mj) migração é permitida somente na fronteira entre jobs***
  - Particionamento dinâmico no nível de jobs
- ***(3mq) migração irrestrita é permitida***
  - jobs podem migrar no meio da sua execução

Classificação conforme a migração

- ***(1mn) Nenhuma Migração***
  - As tarefas são particionadas entre os processadores
  - Todos os jobs gerados por uma tarefa devem executar no processador ao qual ela foi alocada
- ***(2mj) Migração de Jobs***
  - Cada job deve executar completamente em um mesmo processador
  - Diferentes jobs de uma mesma tarefa podem executar em processadores diferentes
  - Contexto de job não migra, mas contexto de tarefa sim
- ***(3mq) Migração Irrestrita***
  - Nenhuma restrição é colocada sobre migração entre processadores

Uso de Prioridades

- ***Algoritmos de escalonamento normalmente executam nos mesmos processadores que as tarefas da aplicação***
- ***É importante que tais algoritmos sejam simples e eficientes***
- ***A cada instante, uma prioridade é associada com cada job ativo***
- ***Os jobs de prioridade mais alta são selecionados para execução nos vários processadores disponíveis***
- ***Um job é dito estar ativo no instante t se***
  - O job chegou em t ou antes disto
  - Seu deadline absoluto é depois de t
  - Ele ainda não completou sua execução

Classificação conforme as prioridades

- ***As soluções também podem ser classificadas conforme a complexidade do esquema de prioridades***
- ***Soluções podem ser classificadas em***
- ***(1pf) prioridade fixa***
  - Exemplo: RM
- ***(2pj) prioridade dinâmica, mas fixa para cada job***
  - Exemplo: EDF
- ***(3pq) prioridades completamente dinâmicas***
  - Exemplo: Least-Laxity-First (LLF)

Classificação Conforme as Prioridades

- ***(1pf) Prioridade fixa***
  - Cada tarefa recebe uma prioridade única e todos os seus jobs executam com esta prioridade
  - Exemplo é o Rate Monotonic
- ***(2pj) Prioridade dinâmica, fixa para cada job***
  - Para cada par de jobs Ji e Jj, se Ji tem prioridade mais alta do que Jj em algum momento, então Ji sempre terá prioridade mais alta que Jj
  - Exemplo é o Earliest Deadline First
- ***(3pq) Prioridades completamente dinâmicas***
  - A prioridade relativa entre dois jobs quaisquer pode mudar a qualquer momento
  - Exemplo é o Least Laxity First

Classificação Conforme as Prioridades

- ***Algoritmos com prioridade dinâmica irrestrita são uma generalização dos algoritmos com prioridade dinâmica por job***
- ***Algoritmos com prioridade dinâmica por job são uma generalização dos algoritmos com prioridade fixa***
- ***Em monoprocessadores, a diferença entre algoritmos com prioridade dinâmica irrestrita e por job não é relevante pois:***
  EDF é ótimo
  EDF é prioridade dinâmica por job (menos overhead)
- ***Em multiprocessadores,***
  Algoritmos com prioridade dinâmica irrestrita são estritamente mais poderosos que algoritmos com prioridade dinâmica por job

Outra classificação: Work-Conserving ou Não

- ***Algoritmos work-conserving:***
  Um processador nunca é deixado livre enquanto um job ativo existir
- ***Em multiprocessores existe uma exceção:***
  - Quando as políticas de migração impedem a tarefa de migrar para o processador livre
- ***Um job é dito estar ativo no instante t se***
  - O job chegou em t ou antes disto
  - Seu deadline absoluto é depois de t
  - Ele ainda não completou sua execução
- ***A maioria dos algoritmos de escalonamento para tempo real são work-conserving***

Outra Classificação: Preemptivo ou Não

- ***Preempção***
  - Suspender o job antes do seu término, para retomá-lo mais tarde, a partir do ponto de sua execução onde foi suspenso
- ***Algoritmos preemptivos são superiores em termos de escalonabilidade***
  - Existem conjuntos de tarefas que somente são viáveis se escalonados por algoritmos preemptivos
- ***Ausência de preempção não garante exclusão mútua em multiprocessadores***
- ***Algoritmos preemptivos geram mais overhead***
  - Gasta processador para fazer as trocas de contexto devido à preempção
- ***Algoritmos preemptivos sujam mais a cache do processador***
  - Fator importante quando existe cache por processador

Definições: Classes de Escalonamento

- ***Um algoritmo de escalonamento é (x, y)-restrito para x € {1, 2, 3} e y € {1, 2, 3},***
- ***Se estiver na classe de prioridade x e na classe de migração y***
  - x e y correspondem aos rótulos definidos antes
- ***Por exemplo, um algoritmo (2,1)-restrito usa***
  - Prioridades dinâmicas por job
  - Particionamento
- ***Por exemplo, um algoritmo (1,3)-restrito usa***
  - Prioridades fixas
  - Migração irrestrita
- ***Um par ordenado denotado por <x,y> denomina o conjunto de todos os conjuntos de tarefas que são viáveis quando é usado escalonamento (x,y)-restrito***

Classes de Escalonamento

	1. Prioridade fixa	2. Prioridade dinâmica por job	3. Prioridade qualquer
1. Particionado	(1,1)-restrito	(2,1)-restrito	(3,1)-restrito
2. Migração de job	(1,2)-restrito	(2,2)-restrito	(3,2)-restrito
3. Migração livre	(1,3)-restrito	(2,3)-restrito	(3,3)-restrito

Comparação entre Classes de Escalonamento

- ***Premissas:***
- ***Apenas algoritmos work-conserving***
- ***Apenas algoritmos preemptivos***
- ***A eficácia de um algoritmo de escalonamento depende:***
  - Do seu custo de implementação (overhead) e
  - Da sua habilidade em escalonar conjuntos de tarefas viáveis

Comparação entre Classes de Escalonamento

- ***É geralmente verdade que o custo de implementação (runtime overhead) é maior para modelos mais gerais e menor para modelos menos gerais***
- ***O overhead de um algoritmo (w,x)-restrito é menor ou igual ao overhead de um algoritmo (y,z)-restrito***
  se $y \geq w$ ***e*** $z \geq x$
- ***Abaixo é apresentado um estudo sobre as diferentes habilidades em escalonar conjuntos de tarefas viáveis, apresentadas pelas diferentes classes de algoritmos de escalonamento***

Comparação entre Classes de Escalonamento

- ***Em termos de escalonabilidade as comparações não são tão simples***
- ***Existem 3 possíveis relacionamentos entre as classes de escalonamento (w,x)-restrito e (y,z)-restrito***
- ***Elas estão baseadas em um entendimento parcial dos relacionamentos que podem ter as seguintes formas:***

  Qualquer conjunto de tarefas em <w,x> está também em <y,z>

  ou

  $$< w, x > \subseteq < y, z >$$

  Existe pelo menos um conjunto de tarefas que está em <w,x> mas não está em <y,z>

  $$< w, x > \neg \subseteq < y, z >$$

Relacionamento possível entre Classes: <y,z> C <w,x>

- ***<y, z> C <w, x> (onde C significa subconjunto próprio)***
  - A classe de algoritmos (w,x)-restritos é estritamente mais poderosa que a classe dos algoritmos (y, z)-restrito
- ***Ou seja, qualquer conjunto de tarefas que é viável com a classe (y, z)-restrito é também viável com a classe (w,x)-restrito***
- ***Além disto, existem pelo menos um conjunto de tarefas que é viável com a classe (w,x)-restrito mas não é com a classe (y,z)-restrito***
- ***<y, z> C <w, x> pode ser provado mostrando-se que***

  $$< y, z > \subseteq < w, x >$$

  $$< w, x > \neg \subseteq < y, z >$$

Relacionamento possível entre Classes: <w,x> = <y,z>

- ***<w, x> = <y, z> (onde = significa equivalência)***
  - A classe de algoritmos (w,x)-restrito e a classe de algoritmos (y,z)-restrito são equivalentes
- ***Ou seja, um conjunto de tarefas é viável com a classe (w, x)-restrito se e somente se***
  for viável com a classe (y, z)-restrito
- ***<w, x> = <y, z> pode ser provado mostrando-se que***

  e $< w, x > \subseteq < y, z >$

  $$< y, z > \subseteq < w, x >$$

Relacionamento possível entre Classes: <w,x> ⊗ <y,z>

- ***<w, x> ⊗ <y, z> (onde ⊗ significa incompanível)***
  - A classe de algoritmos (w, x)-restrito e a classe de algoritmos (y, z)-restrito são incomparáveis
- ***Ou seja, existe ao menos um conjunto de tarefas que é viável com a classe (w, x)-restrito mas não é viável com a classe (y, z)-restrito, e vice versa***
- ***<w, x> ⊗ <y, z> pode ser provado mostrando-se que***

e

$$< w, x > \neg \subseteq < y, z >$$

$$< y, z > \neg \subseteq < w, x >$$

Relacionamentos possíveis entre Classes

- ***Quadro resumo***

Notation	Semantically	Proof Obligation
$\langle w,x\rangle = \langle y,z\rangle$	(w,x)- and (y,z)-restricted classes are equivalent	$\langle w,x\rangle \subseteq \langle y,z\rangle \wedge \langle y,z\rangle \subseteq \langle w,x\rangle$
$\langle w,x\rangle \otimes \langle y,z\rangle$	(w,x)- and (y,z)-restricted classes are incomparable	$\langle w,x\rangle \not\subseteq \langle y,z\rangle \wedge \langle y,z\rangle \not\subseteq \langle w,x\rangle$
$\langle w,x\rangle \subset \langle y,z\rangle$	(y,z)-restricted class dominates (w,x)-restricted class	$\langle w,x\rangle \subseteq \langle y,z\rangle \wedge \langle y,z\rangle \not\subseteq \langle w,x\rangle$

Relacionamentos do (3,3)-restrito

- ***A classe de algoritmos (3,3)-restrito é a mais geral no sentido que qualquer conjunto de tarefas que é viável na classe (x,y)-restrito também será viável na classe (3,3)-restrito, para todo x e y***
- ***Infelizmente, o custo da execução (runtime overhead) de um algoritmo do tipo (3,3)-restrito pode ser inaceitável para algumas aplicações, em termos de***
  - Complexidade durante a execução
  - Frequência das preempções das tarefas
  - Frequência das migrações

Relacionamentos pelas Prioridades

- ***TEOREMA 1: Uma vez que***
- ***todo algoritmo de prioridade fixa é, por definição, um algoritmo com prioridade dinâmica por job e***
- ***Todo algoritmo de prioridade dinâmica por job é, por definição, um algoritmo com prioridade dinâmica irrestrita***

- $\langle 1,1\rangle \subseteq \langle 2,1\rangle \subseteq \langle 3,1\rangle$
- $\langle 1,2\rangle \subseteq \langle 2,2\rangle \subseteq \langle 3,2\rangle$
- $\langle 1,3\rangle \subseteq \langle 2,3\rangle \subseteq \langle 3,3\rangle$

Relacionamentos pelo EDF

- ***TEOREMA 2***
- ***EDF é ótimo para monoprocessadores***
  - É ótimo localmente para sistemas particionados
- ***A optimalidade do EDF (prioridade dinâmica por job) implica em:***

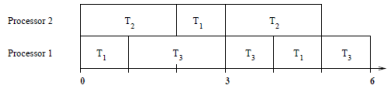
$$\langle 2,1\rangle = \langle 3,1\rangle$$

Relacionamentos do (1,1)-restrito

- ***TEOREMA 3***
- ***A princípio pode-se imaginar que a classe dos algoritmos (1,1)-restrito é a classe menos geral de todas***
- ***No sentido de que qualquer conjunto de tarefas viável com a classe (1,1)-restrito seria também viável com a classe (x, y)-restrito, para qualquer x e y***
- ***Entretanto, Leung e Whitehead mostraram em 1982 que <1,1> ⊗ <1,3>***
- ***As classes (1, 1)-restrito e (1, 3)-restrito são incomparáveis***

A Є <1, 2>, A Є <2, 2>, A Є <3, 2>

- ***LEMA 1***
- ***A: T1 = (1,2), T2 = (2,3), T3 = (2,3); M=2***
- ***A Є <1, 2>, implica que***
  A Є <2, 2> e
  A Є <3, 2>
- ***Suponha T2 tem prioridade mais alta que T1, que tem prioridade mais alta que T3***
  - A escala repete após o mínimo múltiplo comum dos períodos



A ~Є <1, 1>, A ~Є <2, 1>, A ~Є <3, 1>

- ***LEMMA 2***
- ***A: T1 = (1,2), T2 = (2,3), T3 = (2,3); M=2***

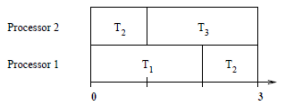
- ***A ~Є <1, 1>***
- ***A ~Є <2, 1>***
- ***A ~Є <3, 1>***

- ***As tarefas não podem ser divididas em dois conjuntos de tal forma que cada conjunto tenha utilização menor ou igual a 1***

B Є <3, 3>

- ***LEMMA 3***
- ***B: T1 = (2,3), T2 = (2,3), T3 = (2,3); M=2***

- ***B Є <3, 3>***



(x≠3) v (y≠3) → B ~Є <x,y>

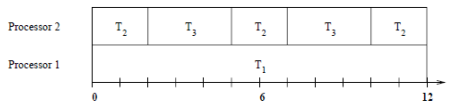
- ***LEMMA 4***
- ***B: T1 = (2,3), T2 = (2,3), T3 = (2,3); M=2***
- ***((x≠3) v (y≠3)) → B ~Є <x,y>***
- ***Consider the first job of each task in B***
- ***Se (x≠3) v (y≠3)***
  - Então estes jobs não podem migrar ou suas prioridades relativas são fixas
- ***Todos os 3 jobs são liberados no instante 0 e precisam terminar até o instante 3***
- ***Se os jobs não podem migrar***
  - Dois jobs precisam executar completamente no mesmo processador, impossível
- ***Se as prioridades são fixas entre jobs***
  - O job de mais baixa prioridade não pode começar a execução antes do instante 2 e vai perder seu deadline no instante 3
- ***Logo,***
  B ~Є <x,y>

C Є <2,1>, C Є <2,2>, C Є <2,3>

- ***LEMMA 5***
- ***C: T1 = (12,12), T2 = (2,4), T3 = (3,6); M=2***
- ***C Є <2, 1>***
  - Implica que C Є <3, 1>
- ***C Є <2, 2>***
  - Implica que C Є <3, 2>
- ***C Є <2, 3>***
  - Implica que C Є <3, 3>
- ***Este algoritmo escalona corretamente C:***
  - Todos os jobs de T1 recebem prioridade mais alta
  - Jobs de T2 e T3 são escalonados conforme EDF
  - Este algoritmo usa prioridade dinâmica por Job

C Є <2,1>, C Є <2,2>, C Є <2,3>

- ***C: T1 = (12,12), T2 = (2,4), T3 = (3,6); M=2***
- ***Uma vez que a utilização de T1 é 1, vai executar somente em um processador***
- ***Este algoritmo vai produzir a mesma escala de tempo caso as tarefas fossem particionadas nos conjuntos {T1} e {T2, T3}***
- ***Corretude segue da optimalidade de EDF para monoprocessadores***
  - T2 e T3 podem ser corretamente escalonadas por EDF em um processador

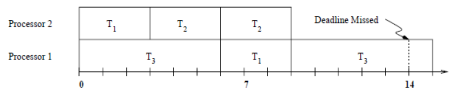


C ~Є <1,1>, C ~Є <1,2>, C ~Є <1,3>

- *LEMMA 6*
- *C: T1 = (12,12), T2 = (2,4), T3 = (3,6); M=2*
- *C ~Є <1, 1>*
- *C ~Є <1, 2>*
- *C ~Є <1, 3>*
- *Este conjunto de tarefas não é viável quando prioridades fixas são usadas pois nenhum esquema de prioridade fixa escalona {T2,T3} no mesmo processador*
- *Claramente T1 deve executar sozinha em um processador*
- *Não importa como T2 e T3 recebam prioridades fixas, a tarefa de menor prioridade vai perder o deadline*

D ~Є <3,2>, D ~Є <2,2>, D ~Є <1,2>

- *LEMMA 8*
- *D: T1 = (3,6), T2 = (3,6), T3 = (6,7); M=2*
- *Dado que um algoritmo (3,2)-restrito não pode migrar jobs em execução, esses jobs precisam concluir no processador onde iniciaram*
- *Quando o segundo job de T3 é liberado no instante 7, ele não será escalonado até o instante 9, perdendo o deadline no instante 14*



D Є <1,1>, D Є <2,1>, D Є <3,1>

- *LEMMA 7*
- *D: T1 = (3,6), T2 = (3,6), T3 = (6,7); M=2*
- *D Є <1,1>*
  - Implica em D Є <2,1>
  - Implica em D Є <3,1>
- *Particione as tarefas tal que T1 e T2 sejam escalonadas em um único processador com T1 recebendo maior prioridade*
- *E T3 é escalonado no outro processador*

D Є <1,3>, D Є <2,3>, D Є <3,3>

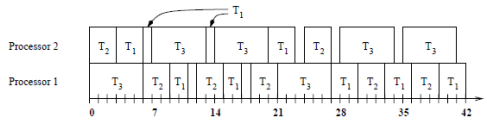
- *LEMMA 9*
- *D: T1 = (3,6), T2 = (3,6), T3 = (6,7); M=2*
- *D Є <1, 3>*
  - Implica que D Є <2, 3>
  - Implica que D Є <3, 3>
- *Considere um algoritmo que atribui para T3 a mais alta prioridade e para T1 a mais baixa prioridade*
- *Sobre o intervalo de tempo [6k, 6k+6),*
  - Onde k é um inteiro qualquer
  - T3 não pode executar mais do que 6 unidades de tempo

D ~Є <3,2>, D ~Є <2,2>, D ~Є <1,2>

- *LEMMA 8*
- *D: T1 = (3,6), T2 = (3,6), T3 = (6,7); M=2*
- *D ~Є <3, 2>*
  - Implica que D ~Є <2, 2>
  - Implica que D ~Є <1, 2>
- *Considere os três jobs liberados no intervalo [0, 6)*
- *Não importando como as prioridades são definidas,*
  Se os deadlines são cumpridos
  então um algoritmo work-conserving vai completar os três em 6
- *Neste instante, tarefas T1 e T2 liberam um novo job cada*
- *Qualquer algoritmo work-conserving deve agora escalonar o novo job de T1 em um processador e o novo job de T2 no outro processador*

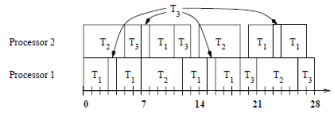
D Є <1,3>, D Є <2,3>, D Є <3,3>

- *LEMMA 9*
- *D: T1 = (3,6), T2 = (3,6), T3 = (6,7); M=2*
- *Uma vez que jobs podem migrar livremente entre processadores, existem 6 unidades de tempo consecutivas de processador disponível para T1 e T2 executarem sobre cada intervalo*
- *Logo, eles vão cumprir os seus deadlines*



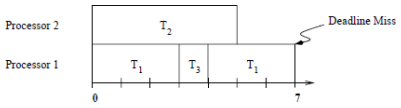
E Є <1,3>

- ***LEMMA 10***
- ***E: T1 = (3,4), T2 = (5,7), T3 = (3,7); M=2***
- ***E Є <1, 3>***
  - Implica que E Є <2, 3>
  - Implica que E Є <3, 3>
- ***Se a ordem de prioridades for (alta para baixa) T1, T2, T3, então todos os jobs completam antes do deadline quando migração irrestrita é permitida***



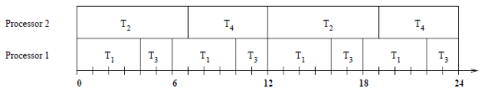
E ~Є <1,2>

- ***LEMMA 11***
- ***E: T1 = (3,4), T2 = (5,7), T3 = (3,7); M=2***
- ***E ~Є <1, 2>***
- ***Apenas migração restrita é permitida***
- ***Pode-se verificar que para cada uma das 3! = 6 possiveis atribuições de prioridades fixas***
- ***Alguma tarefa do conjunto E perde o seu deadline***
- ***Exemplo mostra escala para ordem de prioridades T1, T2, T3***



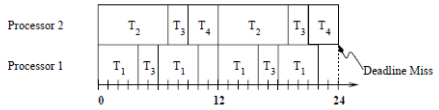
F Є <1,2>, F Є <2,2>, F Є <3,2>

- ***LEMMA 12***
- ***F: T1 = (4,6), T2 = (7,12), T3 = (4,12), T4 = (10,24); M=2***
- ***F Є <1, 2>***
  - Implica que F Є <2, 2> e que F Є <3, 2>
- ***Se a ordem de prioridades (alta para baixa) for T1, T2, T3, T4***
  - Então todos os jobs cumprem o seu deadline
- ***Considerando os instantes [7, 10), como jobs não podem migrar***
  - T3 não preempta T4 neste intervalo apesar de sua prioridade mais alta



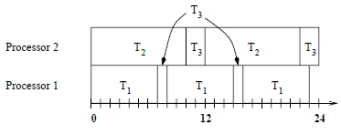
F ~Є <1,3>

- ***LEMMA 13***
- ***F: T1 = (4,6), T2 = (7,12), T3 = (4,12), T4 = (10,24); M=2***
- ***F ~Є <1, 3>***
- ***Todas as 4! = 24 possíveis atribuições de prioridade resultam em perda de algum deadline***
- ***Exemplo mostra escala para ordem de prioridade T1, T2, T3, T4***



G Є <1,3>, G Є <2,3>, G Є <3,3>

- ***LEMMA 14***
- ***G: T1 = (7,8), T2 = (10,12), T3 = (6,24); M=2***
- ***G Є <1, 3>***
  - Implica que G Є <2, 3>
  - Implica que G Є <3, 3>
- ***Se a ordem de prioridade for (alta para baixa) T1, T2, T3, então todos os jobs cumprem os deadlines com migração irrestrita***

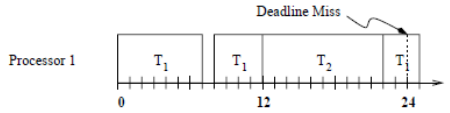


G ~Є <3,2>, G ~Є <2,2>, G ~Є <1,2>

- ***LEMMA 15***
- ***G: T1 = (7,8), T2 = (10,12), T3 = (6,24); M=2***
- ***G ~Є <3, 2>***
  - Implica que G ~Є <2, 2>
  - Implica que G ~Є <1, 2>
- ***Durante o intervalo [0, 24) as tarefas do conjunto G liberam 6 jobs com demandas de tempo 7, 7, 7, 10, 10, e 6***
- ***Como jobs não podem migrar,***
  para completar todos os jobs antes do instante 24,
  esses jobs precisam ser particionados em dois grupos
  tal que a soma dos tempos de execução em cada grupo não exceda 24
- ***A única partição que atende é {7, 7, 10} e {6, 7, 10}***

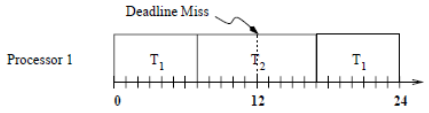
G ~Є <3,2>, G ~Є <2,2>, G ~Є <1,2>

- *LEMMA 15*
- *Considere processador executando {7, 7, 10}*
- *O job que demanda 10 executa em [0, 12) ou [12, 24)*
- *Se for em [12, 24), então apenas 7 unidades em [0, 8) podem ser utilizadas, pois os jobs com demanda 7 pertencem a tarefa T1*
- *O processador precisará ficar idle por 1 unidade de tempo*
  - Um dos outros dois jobs perde o deadline



G ~Є <3,2>, G ~Є <2,2>, G ~Є <1,2>

- *LEMMA 15*
- *Considere processador executando {7, 7, 10}*
- *O job que demanda 10 executa em [0, 12) ou [12, 24)*
- *Se for em [0, 12), então um job com demanda de 7 deve executar em [0, 8) ou [8, 16)*
- *Não importa qual, a demanda sobre [0, 16) é 17*
  - Um deadline será perdido no instante de tempo 12 ou 16



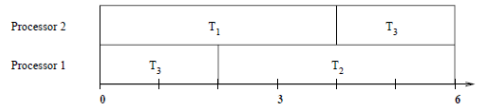
H ~Є <3,1>, H ~Є <2,1>, H ~Є <1,1>

- *LEMMA 16*
- *H: T1 = (4,6), T2 = (4,6), T3 = (2,3); M=2*
- *H ~Є <3, 1>*
  - Implica que H ~Є <2, 1>
  - Implica que H ~Є <1, 1>

- *H não pode ser particionado em dois conjuntos tal que cada conjunto tenha utilização menor ou igual a 1*

H Є <3,2> e H Є <2,3>

- *LEMMA 17*
- *H: T1 = (4,6), T2 = (4,6), T3 = (2,3); M=2*
- *H Є <3, 2> e H Є <2, 3>*
- *A escala abaixo mostra que H Є <3, 2>*
- *Esta escala pode produzida pela seguinte ordem de prioridade:*
  - T1's job, T3's first job, T2's job, T3's second job
  - Logo, H Є <2, 3>

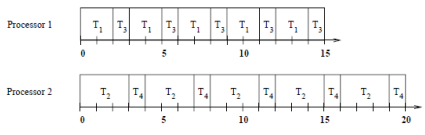


I ~Є <2,3>

- *LEMMA 18*
- *I: T1 = (2,3), T2 = (3,4), T3 = (5,15), T4 = (5,20); M=2*
- *I ~Є <2, 3>*
- *No intervalo [0, 12) existem nove jobs liberados*
  - E 9! Possíveis atribuições de prioridades
- *Foi verificado por simulação que não importa as prioridades:*
  Um deadline é sempre perdido em [0, 12) ou
  Um processador fica idle por pelo menos 1 unidade em [0, 12)
- *Como a utilização total é igual ao número de processadores*
  - Processador idle 1 unidade significa que um deadline será perdido em algum instante após o instante 12

I Є <1,1>, I Є <2,1>, I Є <3,1>

- *LEMMA 19*
- *I: T1 = (2,3), T2 = (3,4), T3 = (5,15), T4 = (5,20); M=2*
- *I Є <1, 1>*
  - Implica que I Є <2, 1> e I Є <3, 1>
- *O conjunto de tarefas I pode ser escalonado com o particionamento:*
  {T1, T3} e {T2, T4}
- *Cada sub-conjunto é escalonável com RM em um processador*



I Є <3,2>

- *LEMMA 20*
- *I: T1 = (2,3), T2 = (3,4), T3 = (5,15), T4 = (5,20); M=2*
- *I Є <3, 2>*
- *Considere o escalonamento mostrado no Lema 19 (anterior)*
- *Tal escala pode ser obtida com um algoritmo da classe <3, 2>*
- *Basta atribuir a prioridade mais alta aos jobs apropriados a cada instante*
- *Isto é possível pois não existe tempo idle naquela escala*

Comparações entre Classes de Escalonamento

- *Usando os lemas é possível derivar muitos relacionamentos entre as classes de escalonamento*
- *Com prioridades fixas*
  todas as três classes de migração são incomparáveis
- *Existem ainda dois relacionamentos em aberto*

Comparações entre Classes de Escalonamento

	$\langle 1,1\rangle$	$\langle 2,1\rangle$	$\langle 3,1\rangle$	$\langle 1,2\rangle$	$\langle 2,2\rangle$	$\langle 3,2\rangle$	$\langle 1,3\rangle$	$\langle 2,3\rangle$	$\langle 3,3\rangle$
$\langle 1,1\rangle$	$=$	$\subset$	$\subset$	$\otimes$	$\otimes$	$\otimes$	$\otimes$	$\otimes$	$\subset$
$\langle 2,1\rangle$	$\supset$	$=$	$=$	$\otimes$	$\otimes$	$\otimes$	$\otimes$	$\otimes$	$\subset$
$\langle 3,1\rangle$	$\supset$	$=$	$=$	$\otimes$	$\otimes$	$\otimes$	$\otimes$	$\otimes$	$\subset$
$\langle 1,2\rangle$	$\otimes$	$\otimes$	$\otimes$	$=$	$\subset$	$\subset$	$\otimes$	??	$\subset$
$\langle 2,2\rangle$	$\otimes$	$\otimes$	$\otimes$	$\supset$	$=$	$\subseteq$	$\otimes$	??	$\subset$
$\langle 3,2\rangle$	$\otimes$	$\otimes$	$\otimes$	$\supset$	$\supseteq$	$=$	$\otimes$	$\otimes$	$\subset$
$\langle 1,3\rangle$	$\otimes$	$\otimes$	$\otimes$	$\otimes$	$\otimes$	$\otimes$	$=$	$\subset$	$\subset$
$\langle 2,3\rangle$	$\otimes$	$\otimes$	$\otimes$	??	??	$\otimes$	$\supset$	$=$	$\subset$
$\langle 3,3\rangle$	$\supset$	$\supset$	$\supset$	$\supset$	$\supset$	$\supset$	$\supset$	$\supset$	$=$

Análise de Viabilidade com determinada Classe

- *Um teste de viabilidade da classe (x, y)-restrito aceita como entrada as descrições de τ e M*
- *E determina se algum algoritmo (x, y)-restrito pode escalonar com sucesso as tarefas de τ em M processadores*
- *Tal teste é suficiente se qualquer conjunto de tarefas satisfazendo o teste pode ser garantidamente escalonado com sucesso por algum algoritmo (x, y)-restrito*
- *O teste é exato se for ambos suficiente e necessário*
  - Ou seja, nenhum conjunto de tarefas falhando no teste pode ser escalonado por qualquer algoritmo (x, y)-restrito
- *Testes de viabilidade são normalmente enunciados como limites de utilização*
- *Tal limite é o maior valor Umax tal que todo conjunto de tarefas τ satisfazendo U(τ) ≤ Umax é garantido ser viável*

Teste de Viabilidade para (3,3)-restrito

- *TEOREMA 4*
- *Um conjunto de tarefas periódicas τ pode ser escalonado em M processadores usando algum algoritmo (3, 3)-restrito se e somente se U(τ)≤ M*
  - Global LLF
  - Abordagem de escalonamento Pfair
- *Não existe perda de escalonabilidade (usa todos os processadores)*
- *Implementações eficientes são conhecidas*
- *Mas o número de preempções e migrações entre processadores pode ser alto*

Classes com Particionamento

- *Existe uma quantidade considenável de pesquisa sobre algoritmos de escalonamento (x,1)-restrito*
- *Achar uma alocação ótima de tarefas em processadores é equivalente a um problema "bin-packing"*
  - Sabidamente NP-hard no sentido forte
- *Muitas heurísticas com complexidade polinomial foram propostas para resolver este problema*
- *First Fit (FF), Best Fit (BF), etc*

Classes com Particionamento

- ***TEOREMA 5***
- ***Nenhum algoritmo de escalonamento baseado em particionamento pode escalonar com sucesso todos os conjuntos de tarefas τ com $U(\tau) \leq B$ em M processors, onde $B > (M+1) / 2$***
- ***A utilização alcançável no pior caso em M processadores para todas as heurísticas e também para um algoritmo de particionamento ótimo é apenas (M+1)/2***
- ***Mesmo quando um algoritmo de escalonamento ótimo para monoprocessador é usado localmente (ex: EDF)***
- ***Em outras palavras,***
  Existem conjuntos de tarefas com utilização minimalmente maior que (M+1)/2 tais que é impossível escaloná-los corretamente com uma abordagem particionada
- ***Suponha um conjunto com M+1 tarefas***
  cada uma com demanda de 1+e e período 2
  - É impossível particionar com sucesso em M processadores

Classes com Particionamento: FF ou BF c/EDF

- ***TEOREMA 6***
- ***Se $U(\tau) \leq (\beta M + 1) / (\beta + 1)$***
  onde $\beta = \lfloor 1/\alpha \rfloor$, $\alpha \geq U(T)$ para toda $T \in \tau$
  então τ é viável em M processadores na classe (2, 1)-restrito
- ***Lopez et al. Mostraram que EDF com FF (ou BF) pode escalonar com sucesso qualquer conjunto de tarefas que passe neste teste***
- ***Corolário:***
- ***Se $U(\tau) \leq (M+1)/2$***
  - então τ é viável em M processadores com a classe (2, 1)-restrito
- ***Segue do teorema 6 fazendo $\alpha = 1$ (e então $\beta = 1$)***
- ***Teorema 5 e este Corolário implicam que usar EDF com FF ou BF é uma ótima abordagem particionada com respeito aos limites de utilização***

Classes com Particionamento: FF ou BF c/RM

- ***TEOREMA 7***
- ***A utilização possível no pior caso é muito menor para conjuntos de tarefas escalonados com RM***
  - RM não é ótimo para monoprocessadores
- ***$U_{RM,FF}$ denota a utilização possível no pior caso usando RM com FF***
- ***Oh e Baker em 1998 mostraram os seguintes limites para $U_{RM,FF}$***

$$M(2^{1/2} - 1) < U_{RM,FF} \leq \frac{M+1}{2^{\frac{1}{M}}}, M \geq 2$$

- ***Conjuntos de tarefas nos quais a utilização total não exceda ≈0.41×M são escalonáveis com RM-FF***
- ***Embora este valor seja pequeno, RM é popular devido a sua simplicidade e previsibilidade na sobrecarga***

Classes com Particionamento: FFDU c/RM

- ***Muitos pesquisadores propuseram heuristicas para particionamento que melhoram os resultados de FF e BF***
-
- ***Oh e Son 1995 propuseram uma variação melhorada da heurística FF chamada First Fit Decreasing Utilization (FFDU)***
- ***Eles mostram que para conjuntos de tarefas escalonados com RM, o número de processadores necessários por FFDU é no máximo 5/3 do número ótimo de processadores***
- ***Dhall e Liu mostraram antes que o número de processadores necessários por FF e BF é no máximo 2 vezes o número ótimo***

Limite de Utilização para (x,y)-restrito, exceto (3,3)

- ***TEOREMA 8***
- ***Com exceção de x=3 e y= 3***
  nenhum algoritmo (x,y)-restrito pode escalonar todos os conjuntos de tarefas τ com $U(\tau) \leq B$ em M processadores, onde $B > (M + 1)/2$
- ***Considere um sistema com M+1 tarefas em M processadores***
  - Cada uma com um período de 2 e uma computação de (1+e)
- ***Considere o conjunto de jobs liberados por cada tarefa no instante 0***
- ***Se migração de jobs em execução não for permitida, no intervalo [0, 2), dois desses jobs precisam executar no mesmo processador, o que implica na perda do deadline de um deles***
- ***Este conjunto de tarefas não pode ser escalonado por um algoritmo (1,3)- ou (2,3)-restrito por que quando os M+1 jobs são liberados no instante 0, o job de mais baixa prioridade vai perder seu deadline***
- ***Quando e tende para zero, a utilização tende para (M+1)/2***

Overhead dos Algoritmos (2,3)-restrito

- ***Algoritmos (2,3)-restrito***
  - Esses algoritmos associam uma prioridade fixa com cada job
    mas permitem que jobs migrem entre processadores arbitrariamente
  - Ex: escalonamento global com EDF
- ***Uma preempção (e portanto uma migração) somente pode ser causada pela liberação de um job ou outra migração***
- ***Logo, o número total de preempções e migrações pode ser limitado pelo número amortizado de uma por job***
  - Se o algoritmo de escalonamento for projetado adequadamente
- ***Existe overhead devido a preempção e migração***
  - Mas este custo pode ser limitado
  - E pode ser aceitável para algumas aplicações

Limite de Utilização para (2,3)-restrito

- ***TEOREMA 9***
- ***Um conjunto de tarefas é viável com a classe (2,3)-restrito se $U(\tau) \leq M^2/(2M-1)$***
- ***Srinivasan e Baruah 2002 apresentaram um algoritmo (2, 3)-restrito baseado em EDF***
- ***Tarefas com utilização maior ou igual a M/(2M–1) recebem estaticamente a prioridade mais alta no sistema***
- ***As demais tarefas recebem prioridade conforme EDF***
- ***Eles provaram que com este algoritmo pode-se escalonar todos os conjuntos de tarefas τ com $U(\tau) \leq M^2/(2M-1)$***

Limite de Utilização para (1,3)-restrito

- ***TEOREMA 10***
- ***Um conjunto de tarefas τ é viável com a classe (1,3)-restrito se $U(\tau) \leq M^2/(3M-2)$***

- ***Andersson et al. 2001 desenvolveram um algoritmo similar ao do teorema anterior, mas baseado em RM no lugar de EDF***
- ***Tarefas com utilizações maiores ou iguais a M/(3M –2) recebem estaticamente a mais alta prioridade do sistema***
- ***As demais tarefas recebem prioridade conforme o RM***
- ***Eles provaram que estão garantidos os deadlines de todos os conjuntos de tarefas τ com $U(\tau) \leq M^2/(3M-2)$***

Limite de Utilização Harmônica para (1,3)-restrito

- ***TEOREMA 11***
- ***Um conjunto de tarefas τ, no qual todos os períodos das tarefas são harmônicos entre si, é viável com a classe (1,3)-restrito se $U(\tau) \leq M^2/(2M-1)$***

- ***Pode-se mostrar que se os períodos das tarefas forem harmônicos entre si, a escala de tempo produzida pelo RM será a mesma escala que o EDF produziria***
- ***Logo, o mesmo limite pode ser usado***

Limite de Utilização para (2,2)-restrito

- ***TEOREMA 12***
- ***Se $U(\tau) \leq M-\alpha(M-1)$, onde α satisfaz $\alpha \geq U(T)$ para todo $T \in \tau$ então τ é viável em M processadores com na classe (2,2)-restrito***

- ***Algoritmos da classe (2,2)-restrito***
  - associam uma prioridade fixa com cada job
  - e restrigem cada job para executar exclusivamente em um único processador
- ***Entretanto, diferentes jobs da mesma tarefa podem executar em diferentes processadores***

- ***Baruah and Carpenter 2003 projetaram um algoritmo (2,2)-restrito que escalona com sucesso qualquer conjunto de tarefas periódicas τ que satisfaça $U(\tau) \leq M-\alpha(M-1)$ onde α satisfaz $\alpha \geq U(T)$ para todo $T \in \tau$***

Resumo dos Limites de Utilização

3: full migration	$\frac{M^2}{3M-2} \leq U \leq \frac{M+1}{2}$	$\frac{M^2}{2M-1} \leq U \leq \frac{M+1}{2}$	$U = M$
2: restricted migration	$U \leq \frac{M+1}{2}$	$M - \alpha(M-1) \leq U \leq \frac{M+1}{2}$	$M - \alpha(M-1) \leq U \leq \frac{M+1}{2}$
1: partitioned	$(\sqrt{2}-1)M \leq U \leq \frac{M+1}{1+2^{\frac{1}{M+1}}}$	$U = \frac{M+1}{2}$	$U = \frac{M+1}{2}$
	1: static	2: job-level dynamic	3: unrestricted dynamic

Resumo dos Limites de Utilização

- ***O limite de utilização exato para algoritmos (3, 3)-restrito seguem do teorema 4***
- ***Os limites para a utilização possível no pior caso para sistemas particionados seguemdos teoremas 5, 6 e 7***
- ***Os limites para algoritmos (3, 1)-restrito seguem daqueles limites para algoritmos (2, 1)-restrito pois <3,1> = <2,1>***
- ***Os limites superiores para as demais classes seguem do teorema 8***
- ***Os limites inferiores para a utilização possível no pior caso para algoritmos (1,3)-restrito, (2,3)-restrito e (2,2)-restrito seguem dos teoremas 10, 9 e 12, respectivamente***
- ***O limite inferior para algoritmos (3,2)-restrito seguem porque <2, 2> C= <3, 2>***

Escalonamento Tempo Real em Multiprocessadores

- ***Não foi falado em***
  - Recursos, exclusão mútua
  - Servidores de aperiódicas
  - Release Jitter
  - Deadline menor que o período
  - Deadline maior que o período
  - Relações de precedência
  - Efeito da preempção nas caches
  - Efeito da migração nas caches
  - Tarefas esporádicas
- ***Vários resultados novos depois de 2003***
- ***Muita coisa ainda por fazer***