

Sistema simples de transferência de calor

Fonte:

Análise e Projeto de Sistemas de Controle Lineares
John J. D'Azzo, Constantine H. Houpis
Editora Guanabara Dois, 1982

O aquecedor elétrico de água utilizado em muitas residências para o fornecimento de água quente é um bom exemplo de problema simples de transferência de calor. Na figura é mostrado o esboço de um tal aquecedor. O recipiente é isolado termicamente com a finalidade de reduzir as perdas para o ar do meio ambiente. O elemento elétrico de aquecimento é controlado, a fim de manter uma temperatura de referência. O consumo de uma torneira qualquer da casa acarreta a saída de água quente e a entrada de água fria no recipiente deve ser controlada de acordo. Serão feitas as seguintes hipóteses simplificadoras:

- Não há armazenamento de calor no isolamento. Isto é válido desde que o calor específico do isolamento e a variação da temperatura da água sejam pequenos.
- Toda a água no interior do recipiente se encontra à mesma temperatura. Isto requer uma perfeita homogeneidade da água.

Definem-se os seguintes parâmetros e grandezas do sistema:

“Q” fluxo de calor do elemento aquecedor [Joule/segundo]

“Qt” fluxo de calor total fornecido à água do recipiente [Joule/segundo]

“Qo” fluxo de calor retirado pela água quente que deixa o recipiente [Joule/segundo]

“Qi” fluxo de calor inserido pela água fria que entra no recipiente [Joule/segundo]

“Qe” fluxo de calor através do isolamento do recipiente [Joule/segundo]

“T” temperatura da água no interior do recipiente [Grau Celsius]

“Ti” temperatura da água que entra no recipiente [Grau Celsius]

“Ta” temperatura do ar ambiente em volta do recipiente [Grau Celsius]

“C” capacitância térmica da água no recipiente [Joule/Celsius]

“R” resistência térmica do isolamento (2mm madeira) [0.001 Grau / (Joule/segundo)]

“No” fluxo de água de saída do recipiente [Kg/segundo]

“Ni” fluxo de água de entrada do recipiente [Kg/segundo]

“Nf” fluxo de água de saída para esgoto controlada [Kg/segundo]

“Na” fluxo de água aquecida a 80C de entrada controlada [Kg/segundo]

“P” peso específico da água [1000 Kg/m³]

“S” calor específico da água [4184 Joule/Kg.Celsius]

“B” área da base do recipiente [4 m²]

“H” altura da coluna de água dentro do recipiente [m]

“V” volume de água dentro do recipiente [m³]

$$dV/dt = Ni/P + Na/P - No/P - Nf/P = (1/P)(Ni + Na - No - Nf)$$

$$V = B \cdot H$$

$$H = V / B$$

$$dH/dt = (1/B) \cdot (1/P) \cdot (Ni + Na - No - Nf)$$

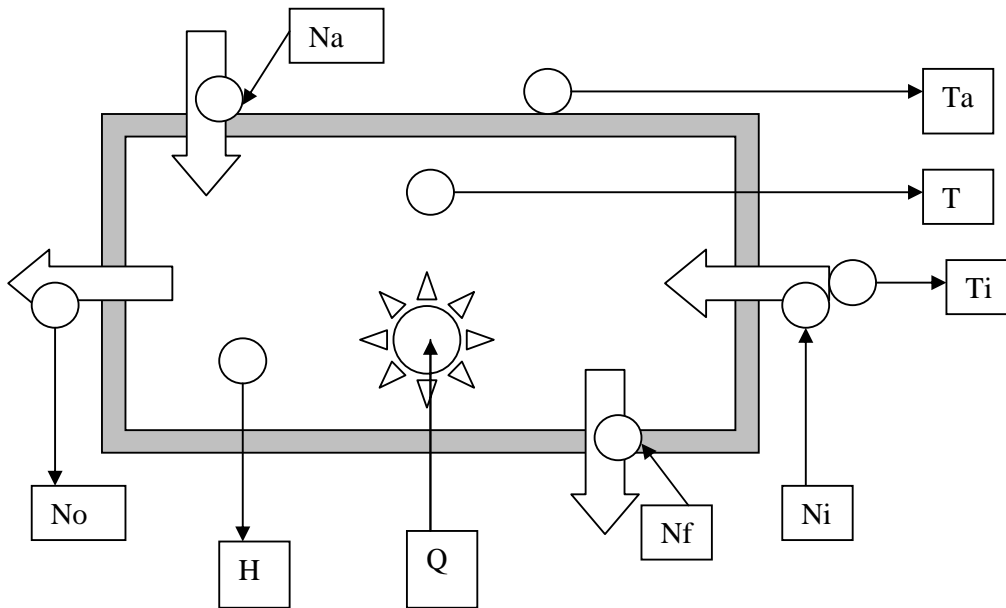
$$C = S \cdot P \cdot B \cdot H$$

$$dT/dt = (1/C) \cdot Qt \quad Qt = Q + Qi + Qa - Qe$$

$$Qi = Ni \cdot S \cdot (Ti - T)$$

$$Qe = (T - Ta)/R$$

$$Qa = Na \cdot S \cdot (80 - T)$$



O objetivo da automação é atender a solicitação de temperatura dos usuário, indicada por T_{ref} , atuando no sentido de fazer $T = T_{ref}$. Ao mesmo tempo, o nível H da água no recipiente deve permanecer no valor ideal H_{ref} .

Estão disponíveis sensores para os valores T_a , T , T_i , N_o e H .

A atuação será realizada nas variáveis Q , N_i , N_a e N_f .

São perturbações no sistema os valores N_o , T_a e T_i .

H deve ficar entre H_{min} (0.1m) e H_{max} (3m), sob pena de danificar o aquecedor.

Existe saturação nos atuadores e perturbação.